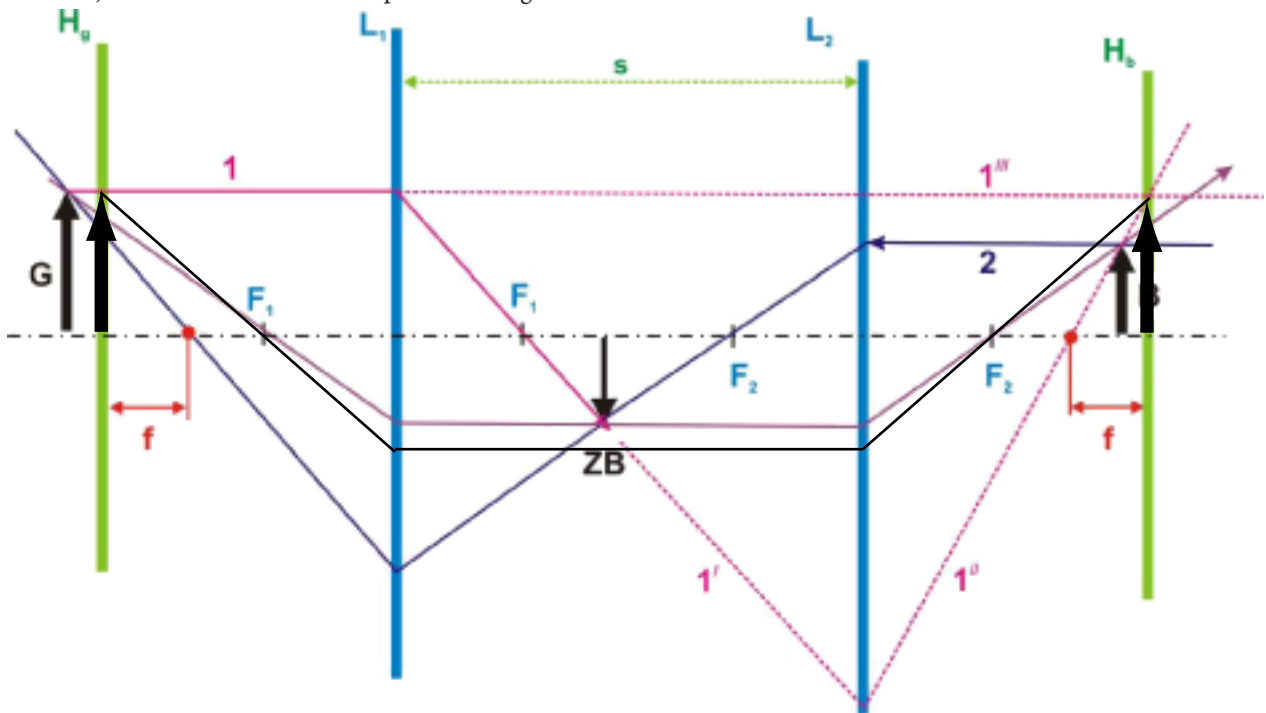


2.4. Die Konstruktion der Hauptebenen

Verschieben Sie den Gegenstand G in Abb. 3 in die Hauptebene H_g. Konstruieren Sie bitte sein Bild (– oben in Abb. 3 mit einzeichnen). Bilden sich die beiden Hauptebenen kongruent ineinander ab?



2.6. Aufgaben

1. Zeigen Sie, wie die Gl. (6) aus den Gln. (3, 4 und 5) folgt.

Für Strahlen, die von P ausgehen, gilt:

$$\frac{f_1}{z} = \frac{\Delta}{s} = \frac{s}{h} \quad (3)$$

mit $\Delta = s - f_1 - f_2$

und für die, die von P₁ ausgehen:

$$\frac{z - f}{z} = \frac{s - f_2}{s} \quad (4)$$

Aus (3) folgt

$$z = \frac{f_1 s}{\Delta} \quad \text{und} \quad h = \frac{s^2}{\Delta} = \frac{s^2}{s - f_1 - f_2} \quad (5)$$

und damit aus (4):

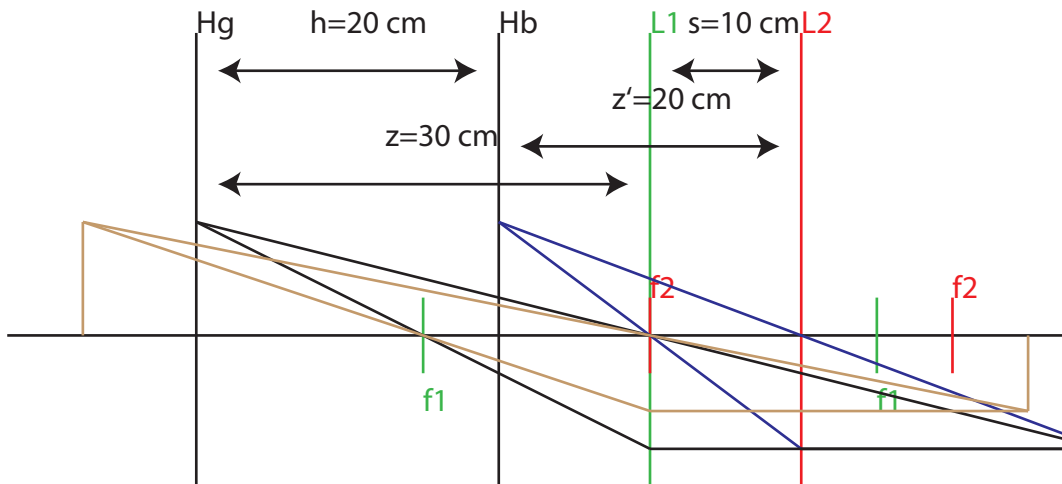
$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{f} = -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} + \frac{s}{f_1 f_2}$$

Wie man der Abb. 3 und 4 entnimmt, hat man hier eine negative Brennweite $-f$ bestimmt. Um der üblichen Konvention zu folgen, muss man daher in der letzten Gl. f durch $-f$ ersetzen und erhält damit als Ergebnis:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{s}{f_1 f_2} \quad (6)$$

2. Berechnen Sie für das Linsensystem L1: $f_1 = 15$ cm; L2: $f_2 = -10$ cm; Abstand $s = 10$ cm mit den Gln. (5 und 6) den Abstand der Hauptebenen h und die Brennweite f für dieses Linsensystem. Wie weit liegt die Hauptebenen H_g und H_b vor der Linse L1?
 $f=30$ cm; $h=20$ cm; $z=30$ cm

3. Zeichnen Sie auch den Strahlengang für dieses System wie in Abb. 3 im Maßstab 1:5 (A4-quer). Diese Konstruktion hilft Ihnen, das Teleobjektiv in 4. zu verstehen (Abb. 8).

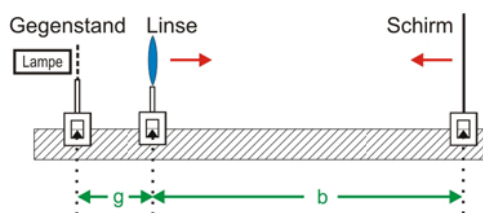


3.1. Versuch: Der schnellste Weg, die Brennweite einer Konvexlinse zu bestimmen

Man bildet einen sehr weit entfernten Gegenstand ab (Sonne) und misst dann direkt die Brennweite $f = b$. Ermitteln Sie so zunächst die ungefähren Brennweiten der beiden Konvexlinsen am Arbeitsplatz.

10,7 cm $\pm$ 2 mm

16 cm $\pm$ 2 mm



3.2. Versuch:

Genauer gelingt die Bestimmung der Brennweite in einer Messreihe. Bilden Sie dazu einen Gegenstand (im Versuch ist das ein 5 mm-Raster) mit einer der Konvexlinsen auf den Schirm für 6 verschiedene Abstände g scharf ab. Messen Sie jeweils g und b .

Auswertung:

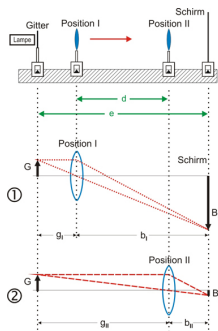
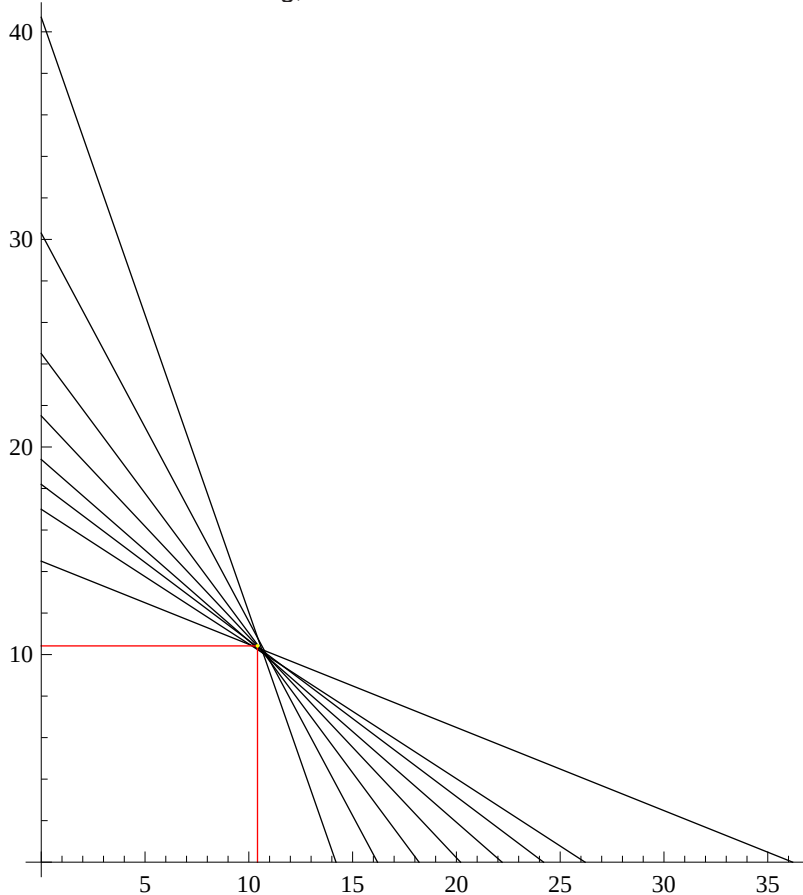
1. Berechnung der Brennweite f mit der Abbildungsgleichung (1) als Mittelwert mit Fehlerangabe.

Lampe	8,5 cm	Linse	4,7 cm	Schirm	g	b	f
150	141,5	132	127,3	86,6	14,2	40,7	10,527
150	141,5	130	125,3	95	16,2	30,3	10,556
150	141,5	128	123,3	98,8	18,2	24,5	10,443
150	141,5	126	121,3	99,8	20,2	21,5	10,415
150	141,5	124	119,3	99,9	22,2	19,4	10,353
150	141,5	122	117,3	99,1	24,2	18,2	10,388
150	141,5	120	115,3	98,3	26,2	17	10,310
150	141,5	110	105,3	90,8	36,2	14,5	10,353
							10,418 $\pm$ 0,1 cm

alle Werte in cm und die gemessenen Werte haben eine Abweichung von 0,5 cm (labbriges Maßband)

Standardabweichung von $f = 0,09$ cm (Mathematica StandardDeviation[]) als weniger als 1 %

2. Grafische Darstellung, aus der man die Brennweite f direkt ablesen kann (3 Varianten sind möglich).



3.3. Versuch:

Ein systematischer Fehler ist dadurch bedingt, dass man die Linsenmitte auf der optischen Schiene nie genau feststellen kann. Man kann diesen Fehler mit dem Besselverfahren (Abb. 6) vermeiden: Gegenstand und Schirm bleiben bei diesem Verfahren fest stehen (Abstand e) und man erzeugt zunächst in Position I ein vergrößertes (BI) und dann durch Verschieben der Linse um d in der Position II ein verkleinertes (BII) Bild.

Auswertung:

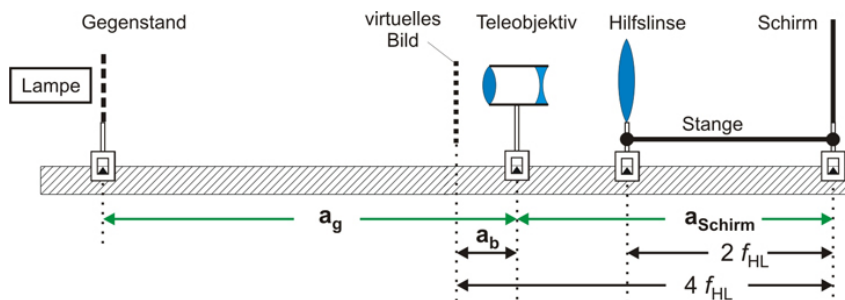
Brennweite f nach Gl. 7 mit den Mittelwerten von d und e mit Fehlerangabe.

Schirm	links	d	rechts	Lampe	e	f
20	38,9	22,7	61,6	71,5	51,5	10,37
20	39,1	22,6	61,7	71,5		
20	37,9	23,6	61,5	71,5		
20	39,2	22,4	61,6	71,5		
20	38,9	22,6	61,5	71,5		
20	39,3	22,3	61,6	71,5		
	Mittelwert:	22,7	$\pm 0,42$ cm			

alle Werte in cm und mit einer Abweichung von 0,5 cm

Fehler e und $d = 1$ cm für f sind es wegen der Quadrate 4 cm

4.1. Messung des Abstandes h der Hauptebenen



Das ist die Idee für diese Messung: Für verschiedene Scharf-Stellungen des Bildes bestimmen Sie jeweils den Abbildungsmaßstab $\gamma = B/G$ durch Auszählen der Bildgröße B. Dort wo $\gamma = 1$ ist, muss der Gegenstand in der Hauptebene Hg und das Bild in der Hauptebene Hb liegen.

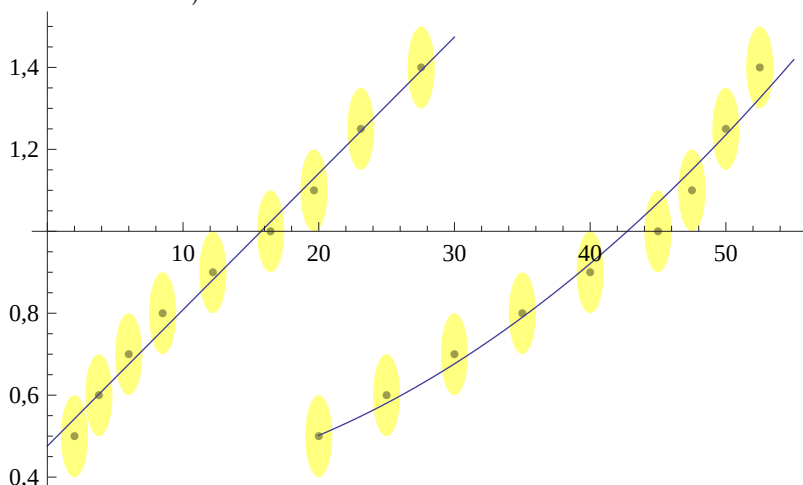
Versuch: Bei feststehendem Teleobjektiv mit den beiden Linsen aus Abb. 8 bestimmen Sie für verschiedene Stellungen des Gegenstandes:

- den Abstand a_g Teleobjektiv zum Gegenstand (5 mm Raster)
- den Abstand a_{Schirm} Teleobjektiv zum Schirm
- den Abbildungsmaßstab $\gamma = B/G$ durch Auszählen der Bildgröße B auf dem Schirm (mm Papier)

Überschrift	Gegenstand	a_g	Teleobjektiv	a_{Schirm}	Schirm	a_b	B	G	gamma
Fehler	0,55	1,00	0,50	1,00	0,50	0,50	0,05	0,05	0,10
Werte	149,00	52,50	105,00	72,45	82,55	27,55	0,70	0,50	1,40
	146,50	50,00	105,00	76,90	78,10	23,10	0,63	0,50	1,25
	144,00	47,50	105,00	80,35	74,65	19,65	0,55	0,50	1,10
	141,50	45,00	105,00	83,55	71,45	16,45	0,50	0,50	1,00
	141,00	44,50	105,00	83,10	71,90	16,90	0,55	0,50	1,10
	140,50	44,00	105,00	83,90	71,10	16,10	0,55	0,50	1,10
	136,50	40,00	105,00	87,80	67,20	12,20	0,45	0,50	0,90
	131,50	35,00	105,00	91,50	63,50	8,50	0,40	0,50	0,80
	126,50	30,00	105,00	94,00	61,00	6,00	0,35	0,50	0,70
	121,50	25,00	105,00	96,20	58,80	3,80	0,30	0,50	0,60
	116,50	20,00	105,00	98,00	57,00	2,00	0,25	0,50	0,50

Alle Werte in cm

Auswertung: Tragen Sie den gemessenen Abbildungsmaßstab γ jeweils über den Abständen a_g und a_b auf. Verbinden Sie die Messpunkte durch Kurven. Die Schnittpunkte dieser Kurven mit der Geraden $\gamma = 1$ liefern Ihnen die Lagen der Hauptebenen relativ zum Teleobjektiv.



Vergleichen Sie den daraus ermittelten Hauptebenenabstand h mit dem Wert, der sich aus Gl. 5 ergibt.

$$h = 42 - 16 \text{ cm} = 26 \text{ cm} \quad s * s / (s - f_1 - f_2) = 20 \text{ cm}$$

Der Unterschied ist deutlich.

4.2. Messung der Brennweite des Systems

Aufgabe: Leiten Sie diese Beziehung für die Brennweite her.

$$\frac{1}{f} = \frac{4(e-h)}{(e-h)^2 - d^2} = \frac{4(b+g)}{(b+g)^2 - (b-g)^2} = \frac{b+g}{bg} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Versuch: Entfernen Sie bitte die Hilfslinse aus dem vorigen Versuch und stellen Sie den Gegenstand und den Schirm jeweils am Ende der optischen Bank auf. Messen Sie mit dem Besselverfahren bei gleichem Abstand e wieder 6-mal den Abstand d.

Objekt	P1	d	P2	Schirm	e	Gegenstand
Fehler		0,5	1	0,5	0,5	1
		44,5	19,2	63,7	9	141,5
		45,7	17,9	63,6		150,5
		45,6	17,6	63,2		
		45,7	17,9	63,6		
		45,1	18,2	63,3		
		45,7	17,4	63,1		
		Mittelwert	18,0			
		Standabw	0,4			

Auswertung: Bestimmen Sie die Brennweite nach Gl. 8 als Mittelwert mit Fehlerangabe und vergleichen Sie sie mit Ihrer Berechnung nach Gl. 6.

Berechnung nach Gleichung 8:

In[22]:= e = 141,5; h = 20; d = 18;

$$f = \frac{(e-h)^2 - d^2}{4(e-h)}$$

Out[23]= 29,7083

In[20]:= e = 141,5; h = 26; d = 18;

$$f = \frac{(e-h)^2 - d^2}{4(e-h)}$$

Out[21]= 28,1737

Fehler: f +- 6 cm

Berechnung nach Gleichung 6:

f= 30 cm

Erstaunlicherweise weicht dieser Messwert nur um ca. max 7 % ab.